**Міністерство освіти і науки України**

**Департамент освіти і науки Одеської обласної державної адміністрації**

**Одеський обласний інститут удосконалення вчителів**

**Всеукраїнська Інтернет-олімпіада з математики**

**ІI (заочний) тур 2017 рік**

**11 клас**

**Завдання виконують учні, які перейшли в 11 клас**

1. Розв’яжіть систему рівнянь



2. Нехай  — бісектриса трикутника ,  — радіус його описаного кола. Пряма  перпендикулярна прямій  і проходить через точку . Відомо, що пряма  перетинає пряму  в такій точці , що . Знайдіть величину .

3. Дано ціле число . Знайдіть усі такі функції , визначені на множині усіх цілих чисел, що для будь-якого  число  також є цілим, причому для всіх  і  має місце рівність .

4. Нехай  — натуральне число, і , , … ,  — довільні числа з проміжку . Доведіть, що існує таке число , що

.

5. На конференції з доповідями виступають 9 математиків. На кожній з доповідей були присутніми щонайменше двоє з цих математиків, причому не було двох доповідей, на яких був би один і той самий склад присутніх математиків. До того ж, по завершенні конференції з’ясувалось, що неможливо вибрати чотирьох математиків так, щоб будь-які двоє з них були разом принаймні на одній з доповідей. Знайдіть найбільшу можливу кількість доповідей, зроблених під час даної конференції.