**ДЕПАРТАМЕНТ ОСВІТИ І НАУКИ**

**ОДЕСЬКОЇ ОБЛАСНОЇ ДЕРЖАВНОЇ АДМІНІСТРАЦІЇ**

**ОДЕСЬКИЙ ОБЛАСНИЙ ІНСТИТУТ УДОСКОНАЛЕННЯ ВЧИТЕЛІВ**

**Ров‘язки завдань теоретичного туру**

**ІІІ етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з фізики**

**2017 – 2018 навчальний рік**

**8 клас**

**Задача №1**

 Уздовж залізничної колії через кожні 100 м розставлені стовпчики з номерами **1, 2,..., 10, 1, 2,..., 10,...**. Через 2 хвилини після того, як кабіна машиніста потягу, який рухається рівномірно, проїхала стовпчик з цифрою **«1»**, машиніст побачив у вікні стовпчик з цифрою **«2»**. Через який час після проїзду цього стовпчика кабіна машиніста може проїхати повз найближчого стовпчика з цифрою **«3»**? Швидкість потягу менше 100 км/год.

 **Розв‘язок**

 В умові сказано, що через 2 хв потяг був біля стовпчика з цифрою «2». Це означає, що за цей час потяг міг проїхати 100 м, 1100 м, 2100 м, 3100 м, 4100 м, и т. д.

 Через те, що швидкість потягу менша 100 км/год, потяг не може проїхати за 2 хв відстань більшу, ніж 2 хв × 100 км/60 хв ≈ 3,3 км.

 Отже, можливі тільки наступні значення відстані: 100 м, 1100 м, 2100 м, 3100 м.

 Їм відповідають наступні значення швидкості: 50 м/хв, 550 м/хв, 1050 м/хв, 1550 м/хв.

 Оскільки за умовою задачі відстань від кабіна машиніста до найближчого стовпчика з цифрою «3» дорівнює 100м, то можливі такі значення часу проходження цієї відстані:

***t1***= 100 м/50 м/хв = 2 хв = 120 с,

***t2*** = 100 м/550 м/хв= 0,1818 хв = 10,9 с,

***t3***= 100 м/1050 м/хв = 0,0952 хв = 5,7 с,

***t4***= 100 м/1550 м/хв = 0,0645 хв = 3,9 с.

**Задача № 2**

 На столі стоїть кубик, площа грані якого дорівнює ***S1*** = 25 см2. Його маса дорівнює ***т1*** = 90 г. На нього ставлять тіло неправильної форми, площа контакту якого з кубиком ***S2*** = 16 см2. Зверху ставлять ще один кубик з бічною стороною ***а*** = 3 см. Площа контакту цього кубика з тілом неправильної форми дорівнює 9 см2. Відомо, що всі тиски в місцях торкання тіл (та зі столом) рівні. Визначити масу тіла неправильної форми та верхнього кубика.

****

**Задача № 3**

 У калориметр з гарячим чаєм кинули кубик льоду, який має температуру 0°С. Після встановлення теплової рівноваги температура чаю понизилася на ***Δt1*** = 12°С. Коли у калориметр вкинули друий такий самий кубик льоду, температура чаю понизилася ще на ***Δt2*** = 10°С. Наскільки понизиться температура чаю, якщо у нього кинути такий самий третій кубик? Теплоємністю калориметра, теплообміном з оточуючим середовищем та домішками заварки у чаї знехтувати.

**Розв‘язок**

Запишемо рівняння теплового балансу для першого випадку:

***сМΔt1*** = ***тλ*** + ***ст*** (***t1 – Δ t1***),

де ***М*** – початкова маса чаю, ***т*** – маса кубика льоду, ***λ*** – питома теплота плавлення льоду, ***с*** – питома теплоємність води, ***t1 –*** початкова температура чаю. Звідси

$\left(\frac{M}{m}+1\right)Δt\_{1}=\frac{λ}{c}+t\_{1}$ (1)

 У випадку кидання у чай другого кубика можемо записити рівняння аналогічне рівнянню (1):

$\left(\frac{M}{2m}+1\right)(Δt\_{1}+Δt\_{2})=\frac{λ}{c}+t\_{1}$ (2).

 Виключаючи з (1) та (2) праві частини, отримаємо:

$\left(\frac{M}{m}+1\right)Δt\_{1}=\left(\frac{M}{2m}+1\right)(Δt\_{1}+Δt\_{2})$,

звідки легко знайдемо відношення мас:

$$\frac{M}{m}=\frac{2Δt\_{2}}{Δt\_{1}-Δt\_{2}}=10$$

 У випадку кидання у чай третього кубика отримаємо:

$\left(\frac{M}{3m}+1\right)(Δt\_{1}+Δt\_{2}+Δt\_{3})=\frac{λ}{c}+t\_{1}$ (3)

 Після сумісного розв‘язання рівнянь (1) і (3), знайдемо:

$Δt\_{3}=\frac{2}{1+\frac{3m}{M}}Δt\_{1}-Δt\_{2}≈8,5 ℃$.

**Задача № 4**

 В автомобілі спідометр та лічильник пройденого шляху реєструють швидкість автомобіля та пройдений ним шлях відносно поверхні, по якій рухається автомобіль. Автомобіль послідовно проїхав по двох конвейєрах (рухомим доріжкам) довжиною ***L*** = 500 м кожний. Полотна конвейєрів рухаються в одну сторону з постійними швидкостями ***v1*** = 20 км/год та ***v2*** = 30 км/год. По першому конвейєру автомобіль їхав з деякою постійною швидкістю, а по другому конвейєру – з іншою постійною швидкістю. Що показував спідометр під час руху по кожному з конвейєрів, якщо з моменту в‘їзду на перший конвейєр до з‘їзду з другого пройшов час ***t*** = 72 с, а лічильник шляху показав, що при цьому був пройдений шлях ***L***. Відстанню між конвейєрами та часом переїзду з першого конвейєра на другий знехтувати.

**Розв‘язок**

 Позначимо через ***и1*** швидкість автомобіля відносно першого конвейєра, а через ***и2*** – швидкість автомобіля відносно другого конвейєра. Тоді час, який пройшов з моменту в‘їзду автомобіля на перший конвейєр до з‘їзду з другого, дорівнює

$t=\frac{L}{v\_{1}+u\_{1}}+\frac{L}{v\_{2}+u\_{2}}$,

а лічильник пройденого автомобілем шляху на момент з другого конвейєра показав величину

$L=\frac{L}{v\_{1}+u\_{1}}u\_{1}+\frac{L}{v\_{2}+u\_{2}}u\_{2}$.

 Виразимо з другого рівняння швидкість ***и1***:

$$u\_{1}=\frac{v\_{1}v\_{2}}{u\_{2}}$$

та підставимо її у перше рівняння:

$\frac{t}{L}=\frac{1}{v\_{1}+\frac{v\_{1}v\_{2}}{u\_{2}}}+\frac{1}{v\_{2}+u\_{2}}=\frac{u\_{2}}{v\_{1}u\_{2}+v\_{1}v\_{2}}+\frac{1}{v\_{2}+u\_{2}}=\frac{1}{v\_{1}}∙\frac{v\_{1}+u\_{2}}{v\_{2}+u\_{2}}$.

 Звідси:

$u\_{1}=\frac{v\_{1}v\_{2}}{u\_{2}}=\frac{L-v\_{1}t}{v\_{2}t-L}v\_{1}=30 \frac{км}{год}$ $u\_{2}=\frac{v\_{2}t-L}{L-v\_{1}t}v\_{1}=20 \frac{км}{год}$.

***и1*** = 30 км/год; ***и2*** = 20 км/год.

**Задача № 5**

 Під час плавання порожньої риболовної шхуни в одному з морів ватерлінія (рівень максимального занурення шхуни) знаходиться на висоті 0,5 м від поверхні води, а віншому морі (більш солоному) – на висоті 0,6 м. При цьому максимальне завантаження рибою в першому морі складає 50 т, а у друому – 63 т. Знайдіть масу корабля без вантажу. Борти шхуни можна вважати вертикальними.

**Розв‘язок**

  Позначимо площу горизонтального поперечного перерізу шхуни через ***S*** (оскільки борти шхуни вважаються вертикальними ***S*** є постійним для всіх випадків), густина менш солоної води через ***ρn***, більш солоної – через ***ρc***. Тоді у менш солоній воді

***mn*** = ***ρnShn***,

у більш солоній ***mc***= ***ρcShc***.

 Одразу ж отримуємо: ***ρc***/***ρn*** = (***mc***/***mn***) × (**hn*/hc***) = 1,26/1,2 = 1,05.

 Далі, позначивши через ***Vn*** об‘єм води, яку витискує порожнє судно у менш солоному морі, а через ***Vc*** – у більш солоному, отримаємо:

***mo*** = ***ρnVn***, **mo**= ***ρcVc***,

***Vc***/***Vn***= **ρn**/***ρc***,

***Vc*** − ***Vn*** = **S**(***hc*** − **hn**) = ***Shc*** − ***Shn***= ***mc***/***ρc*** − ***mn***/***ρn***.

 Після перетворень маємо:

***m***o = (***mc*** − 1,05***mn***)/(1,05 − 1) = 210 т.

**9 клас**

**Задача №1**

 У герметично закритій посудині у воді плаває шматок льоду масою ***М*** = 0,1 кг, у який вмерзла свинцева дробинка масою ***т*** = 5 г. Яку кількість теплоти треба витратити, щоб дробинка почала тонути? Густина свіинцю ***ρсв*** = 11300 кг/м3, густина льоду ***ρл*** = 900 кг/м3, питома теплота плавлення льоду ***λ*** = 330 кДж/кг. Температура води у посудині 0°С.

**Розв‘язок**

 Дробинка почне тонути коли середня густина льоду з дробиною буде дорівнювати густині води:

$ρ\_{в}=(М^{̍}+ m)/V$,

де $М^{̍}$ - маса нерозтанувшого льоду.

Так як $V= V\_{л}+ V\_{др}= \frac{М^{'}}{ρ\_{л}} + \frac{m}{ρ\_{св}}$, то $М^{̍}+ m= ρ\_{в}V= ρ\_{в} (\frac{М^{̍}}{ρ\_{л}} + \frac{m}{ρ\_{св}})$

$М^{̍}= m \frac{(ρ\_{св}- ρ\_{в})ρ\_{л}}{\left(ρ\_{в}- ρ\_{л}\right)ρ\_{св}} =0.041 кг$*.*

Розтанути повинна маса льоду $ΔМ=М-М^{̍}=0,059 кг $*.*

Для цього необхідно затратити кількість теплоти: $Q= λ ΔМ=19.5·10^{5} Дж. $

**Задача №2**

 Чотири однакових амперметри і резистор включені так, як показано на малюнку. Амперметр ***А1*** показує струм ***І1*** = 2 А, амперметр ***А2*** – струм ***І2*** = 3 А. Які струми протікають через амперметри ***А3***, ***А4*** і резистор ***R***? Знайти відношення ***r*/*R*** внутрішнього опору амперметра ***r***до опору резистора ***R***.

**Розв‘язок**

Напругу $U\_{ac}$ між точками $a$ і $c$ визначимо за законом Ома для ділянки кола: $U\_{ac}=I\_{2}r=I\_{1}r+I\_{3}r$. Таким чином $I\_{3}=I\_{2}-I\_{1}=1 A$.

За першим законом Кірхгофа $I\_{4}=I\_{2}+I\_{3}=4 A$; $I\_{R}=I\_{1}-I\_{3}=1 A$.

Напруга між точками $b$ і $d$ $U\_{bd}=U\_{bc}+U\_{cd}$, $U\_{bc}=I\_{3}r$, $U\_{cd}=I\_{4}r$.

Таким чином $I\_{R}R=I\_{1}r+I\_{3}r$. Звідки $\frac{r}{R}=\frac{I\_{R}}{I\_{1}+I\_{3}}=\frac{1}{5}$.

**Задача №3**

В океані на відстані ***L*** = 3 км один від одного знаходяться два корабля. Глибина під ними ***Н*** = 1 км. На одному з кораблів зроблений постріл з гармати. Через який час після пострілу гідроакустик другого корабля зафіксує прихід першого, другого і третього звукових сигналів? Швидкість звуку у воді ***v1*** = 1,5 км/с. Дно океану рівне та складається із скелястих порід, у яких швидкість поширення звуку ***v2*** = 4,5 км/с. Швидкість звука у повітрі під час пострілу ***v3*** = 333 м/с. Хвилі на поверхні океану відсутні.

**Розв‘язок**

Звук від пострілу може досягнути другого корабля кількома шляхами (див. мал.):

1. Прямо по повітрю. В цьому випадку час розповсюдження звуку дорівнює $t\_{1}=\frac{L}{v\_{зв}}≈9,01 с$.
2. Прямо по воді $t\_{2}=\frac{L}{v\_{1}}=2 с$.
3. По воді з послідовними відбиванням від меж середовищ "вода - дно" і "вода - повітря". Розглянемо розповсюдження звуку з $n$ відбиваннями від дна і $\left(n-1\right)$ відбиваннями від межі "вода - повітря". Довжина такого шляху дорівнює $S\_{3}=2n∙\sqrt{\left(\frac{L}{2n}\right)^{2}+H^{2}}=\sqrt{L^{2}+H^{2}}$. А час розповсюдження звуку по цьому шляху $T\_{n}=\frac{\sqrt{L^{2}+H^{2}}}{v\_{1}}$. При $n=1$ $T\_{1}≈2,40 c$, при $n=2$; $T\_{2}≈3,33 c$ і так далі.
4. Звук йде по воді переходить в донні породи, потім йде по донних породах, виходить в воду і або доходить до другого судна або (як у випадку 3) далі рухається відбиваючись від меж "вода - дно" і "вода - повітря" допоки не дійде до другого судна. Вочевидь, що мінімальний час розповсюдження звуку по цьому маршруту може бути при одному циклі "вода – дно - вода". Для того, щоб звук, який дійшов до дна почав розповсюджуватись вздовж межі середовищ, необхідно, щоб кут його падіння дорівнював куту "повного внутрішнього відбивання" $α=arc\sin(\frac{v\_{1}}{v\_{2}})≈0,3398 рад≈19,5^{°}$. Час розповсюдження звуку в цьому випадку $t\_{4}=\frac{L-2∙H∙tgα}{v\_{2}}+\frac{2H}{v\_{1}\cos(α)}≈1,92 с$, при двох циклах - $t\_{5}=\frac{L-4∙H∙tgα}{v\_{2}}+\frac{4H}{v\_{1}\cos(α)}≈3,19 с$ і так далі.

Порівнюючи знайдені значення часу проходження звуку за різними маршрутами отримаємо, що першим сигнал дійде через $1,92 с$, який рухався за маршрутом "вода – дно - вода". Другим буде сигнал, який рухався за маршрутом 2 – прямо по воді, через $2 с$. Третім, через $2,40 c$, прийде сигнал з одним відбиванням від дна.

**Задача №4**

Через два нерухомих блоки, які знаходяться на одній висоті, перекинута довга легка нитка, до кінців якої прикріплені два тягарця однакової маси (див. мал.). Нитку починають повільно відтягувати униз за точку, що знаходиться посередині між блоками. Графік залежності сили ***F***, яку прикладають до нитки, від зміщення ***х*** цієї точки приведений на малюнку. Знайдіть приблизно масу ***т*** кожного з тягарців. Тертя відсутнє.



**Розв‘язок**

 З наведеного в умові задачі графіку видно, що при достатньо великих значеннях переміщення $Х$ середини нитки, сила $F$, яка прикладена до нитки, прямує до значення $20 Н$. Це пов'язано з тим, при великих переміщеннях обидві нитки стають майже паралельними і тому шляхи, які проходять важки точка прикладення сили однакові. Так як нерухомий блок не дає виграшу в силі, то величина сили $F$ дорівнюватиме $F≈2mg≈20 Н$. Звідки $m=\frac{F}{2g}≈1 кг$.

**Задача №5**

 У водоймі вертикально закріплена труба з поршнем так, що її нижній кінець занурений у воду. Поршень у трубі, який лежав спочатку на поверхні води, повільно піднімають на висоту ***Н*** = 15 м (див. мал.). Яку роботу прийшлось для цього виконати, якщо площа поршня ***S*** = 1 дм2, а атмосферний тиск ***р*** = 1**∙**105 Па? Маса поршня мала.

**Розв‘язок**

Розв‘яжемо задачу графічним способом. Відкладемо уздовж осі абсцис висоту ***h***, на яку підніметься поршень, а по осі ординат силу ***F***, яка діє на поршень. Так як атмосферний тиск 100 кПа, то під дією атмосферного тиску вода підніметься на висоту 10 м. При цьому сила, яку необхідно прикласти до поршня, дорівнює вазі стовпа води з площею основи ***S*** = 1 *дм*2 = $1∙10^{-2} м^{2}$.

 Тоді ***F*** = ***Р* =*тg*** = ***ρg SН*** = $100h \frac{Н}{м}$.

 Максимальна сила ***Fмакс*** =$100\frac{Н}{м}∙10 м=1 кН$.

На висоті 10 м вода відірветься від поршня, і далі поршень буде рухатися на відрізку 5 м, дрлаючи атмосферний тиск, тобто будамо тут прикладати постійну силу 100 кН.

 На графіку залежності ***F***(***h***) робота чисельно дорівнює площі фігури під графіком:

$$A= \frac{1}{2}∙1000 Н∙10 м+1000 Н∙5 м=10000 Дж=10 кДж$$

**10 клас**

**Задача №1**

 Снаряд вилітає з гармати із швидкістю ***V*** під кутом ***α*** до горизонту. Протягом якого часу снаряд наближається до гармати?

 Снаряд вылетает из пушкисо скоростью ***V*** под углом ***α*** к горизонту. В течение какого времени снаряд приближается к пушке?

**Розв‘язок**



Пусть снаряд в некоторый момент времени находится в точке *А* своей траектории (см. рис.) Факт приближения снаряда к пушке можно установить с помощью проекции мгновенной скорости снаряда в данной точке на направление прямой *ОА* (*О* – начало координат, совпадающее с положением пушки). Если знак этой проекции отрицателен, то снаряд приближается к пушке. В соответствии с обозначениями на рисунке, данную проекцию можно выразить формулой:

 $v∙\cos(\left(β+γ\right))$.

 Таким образом, знак проекции определяется знаком косинуса. Дальнейшее решение состоит в том, чтобы углы $β$ и $γ$ выразить через начальную скорость, начальный угол к горизонту $α$ и время. Затем $\cos(\left(β+γ\right))$ выражается через полученные зависимости и выводится условие, при котором $\cos(\left(β+γ\right))<0$.

$tg β= \frac{y}{x}=\frac{v\_{0}\sin(α t-\frac{gt^{2}}{2})}{v\_{0}\cos(α t)}= tg α- \frac{gt}{2v\_{0}\cos(α t)}$ (1)

$tg γ= -\frac{v\_{y}}{v}\_{x}= \frac{gt-v\_{0}\sin(α)}{v\_{0}\cos(α)}=\frac{gt}{v\_{0}\cos(α)}-tg α$ (2)

Условие $\cos(\left(β+γ\right))<0$ приводит с учётом (1) и (2) к выражению

$$t^{2}-3\frac{v\_{0}}{g}\sin(α t+2\frac{v\_{0}^{2}}{g^{2 }}<0)$$

Интервал времени , для которого выполняется данное неравенство равен:

$$3\frac{v\_{0}}{g}\sqrt{\left(\sin(α)\right)^{2}-\frac{8}{9}}$$

Если $\sin(α<\sqrt{\frac{8}{9}})$, то искомый промежуток времени равен нулю.

**Задача №2**

 Знайдіть прискорення тіл системи, яка зображена на малюнку. Сила ***F*** прикладена за напрямком нитки до одного з тіл маси ***т***. Ділянки нитки по обидві сторони від легкого блока, прікріплеого до тіла маси ***М***, паралельні.

 Найдите ускорение тел системы, изображенной на рисунке. Сила ***F*** приложена по направлению нити к одному из тел массы ***т***. Участки нити по обе стороны от легкого блока, прикрепленного к телу массы ***М***  параллельны.

**Розв‘язок**

 Сделаем схематический рисунок, на коротом покажем основные силы , действующие в системе и введём систему координат



Запишем условие неизменности длины нити$ L$:

$$\left(x\_{3}-x\_{2}\right)+ \left(x\_{3}-x\_{1}\right)=L$$

При смещении грузов имеем (символом $∆$, как обычно , обозначено изменение соответствующей величины):

$\left(∆x\_{3}-∆x\_{2}\right)+ \left(∆x\_{3}-∆x\_{1}\right)=0 \left(1\right)$,

 где

$∆x\_{1}=-\frac{a\_{1}t^{2}}{2}$, $∆x\_{2}=\frac{a\_{2}t^{2}}{2}$*,* $∆x\_{3}=-\frac{a\_{3}t^{2}}{2}$*,* $a\_{i}$–модуль ускорения соответствующего груза.

Подставляя три последних выражения в (1) и произведя упрощение, получим

$2a\_{3}= a\_{2}+ a\_{1}$ (2),

Составим систему уравнений движения для грузов (2 закон Ньютона):

$$\vec{F}+\vec{T\_{1}}=m\vec{a}\_{1}$$

$$\vec{T}=M\vec{a}\_{3}$$

$$\vec{T\_{2}}=m\vec{a}\_{2}$$

$$\vec{T\_{1}}=-\vec{T\_{1}}'$$

$$\vec{T\_{2}}=-\vec{T\_{2}'}$$

$$\vec{T\_{1}}^{'}=\vec{T\_{2}'}$$

Спроектировав данную систему уравнений на ось *х* и решив её с учётом (2), получим



**Задача №3**

 У калориметрі плаває у воді шматок льоду. У цец калориметр занурюють нагрівач постійної потужності ***N*** = 50 Вт і починають кожної хвилини вимірювати температуру води. Протягом першої і другої хвилин температура води не змінюється, на кінець третьої – збільшується на ***ΔТ1*** = 2°С, на кінець четвертої – на ***ΔТ2*** = 5°С. Скільки грам води та скільки грам льоду було спочатку у калориметрі? Питома теплота плавлення льоду ***λ*** = 330 Дж/г, питома теплоємність води ***С*** = 4,2 кДж/кг**∙°**С. Вважпти, що теплова рівновага встановлюється швидко.

 В калориметре плавает в воде кусок льда. В этот калориметр опускают нагреватель постоянной мощности ***N*** = 50 Вт и начинают ежеминутно измерять температуру воды. В течение первой и второй минут температура воды не изменяется, к концу третьей – увеличивается на ***ΔТ1*** = 2°С, к концу четвертой – на ***ΔТ2*** = 5°С. Сколько граммов воды и сколько граммов льда было изначально в калориметре? Удельная теплота плавления льда ***λ*** = 330 Дж/г, удельная теплоемкость воды ***С*** = 4,2 кДж/кг**∙°**С. Считать, что тепловое равновесие устанавливается быстро.

**Розв‘язок**

Построим график зависимости температуры воды в калориметре ***T*** отвремени ***t***. Известно, чт о он должен состоять из горизонтального (плавление льда) и наклонного (нагрев образовавшейся воды) участков. Имеющиеся данные позволяют однозначно восстановить зависимость температуры от времени, которое будем отсчитывать от момента включения нагревателя.

 Из графика можно найти, сколько времени продолжалось таяние льда. Действительно, зависимость температуры воды от времени после того, как весь лёд растаял, даётся формулой

***T*** = ***at*** + ***b***.

Мы знаем, что при ***t*** = 3 мин ***ΔT*** = 2°С, а при ***Δ t*** = 4 мин ***ΔT*** = 7 °С

Отсюда 2 = 3***a*** + ***b,*** 7 = 4***a*** + ***b***.

Решая полученную систему, находим: ***a*** = 5, ***b*** = −13, и **T** = 5***t*** − 13.

Время таяния льда **t1** определяется по точке пересечения этой наклонной прямой с прямой ***T*** = 0. Отсюда



Из уравнения теплового баланса найдём начальную массу льда:



После того, как лёд растает, вся получившаяся вода массой (***m*** +***M***), где ***M*** —масса воды, изначально бывшей в калориметре, нагревается на $∆T=5°C$ за $t\_{2}$ = 1 мин = 60 с. Значит,

**

иначальная масса воды:



**Задача №4**

 До клем наведеного на схемі кола прикладена напруга ***U*** = 9 В. Якщо до вольтметра підключити паралельно резистор ***R***, то покази вальтметра зменшаться у ***п*** = 2 рази, а покази амперметра збільшаться у ***п*** = 2 рази. Яку напругу показував вольтметр до і після підключення резистора?

К клеммам приведенной на схеме цепи приложено напряжение ***U*** = 9 В. Если к вольтметру подключить параллельно резистор ***R***, то показания вольтметра уменьшатся в ***п*** = 2 раза, а показания амперметра увеличатся в ***п*** = 2 раза. Какое напряжение показывал вольтметр до и после подключения резистора?

**Розв‘язок**

 Входное напряжение равно сумме падений напряжений на амперметре и вольтметре.

При этом, до подключения резистора

$$U=U\_{A}+U\_{V}$$

 После подключения

$$U=2U\_{A}+\frac{U\_{V}}{2}$$

 Напряжения на амперметре прямо пропорционально показаниям последнего, и соответственно тоже возрастает в 2 раза. Напряжение на вольтметре уменьшилось в 2 раза, в соответствии с условием.

Решая два приведенных уравения как систему, получим показания вольтметра до подключения резистора: $U\_{V}= \frac{2}{3}U=6 В$;

После подключения резистора эти показания равны $\frac{1}{3}U=3 В$.

**Задача № 5**

 Дві лінзи з фокусними відстанями по 30 см кожна знаходяться одна від одної на відстані 15 см. Знайдіть при яких положеннях проемета система дає дійсне зображення.

 Две линзы с фокусными расстояниями по 30 см каждая находятся одна от другой на расстоянии 15 см. Найдите при каких положениях предмета система дает действительное изображение.

**Розв‘язок**

 Основной принцип решения данной задачи состоит в том, что изображение предмета, даваемое первой линзой является предметом для второй. Зачастую этот предмет мнимый, как в данной задаче. Соотвественно, записав уравнения тонкой линзы для обеих имеющихся линз, с учётом вышесказанного, будем иметь

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{f}=\frac{1}{F} (1)$$

$\frac{1}{d\_{1}}+\frac{1}{f\_{1}}=\frac{1}{F} (2)$,

где $d$ и $f$ – соответственно, расстояния до предмета и изображения для первой линзы, $d\_{1}$и $f\_{1}$ – аналогичные величины для второй линзы (первой считается линза, расположенная ближе к предмету). $F$ – фокусное расстояние линз.

Из вышесказанного следует, что $d\_{1}= -\left(f-L\right)\left(3\right)$, где ***L***–расстояние между линзами. Знак минус отвечает тому факту, что у второй линзы предмет мнимый.

Выразив $f$ из (1) подставим его в (3) , а затем полученное из (3) расстояние $d\_{1}$ подставим в (2), откуда выразим $f\_{1}$, получим:

$$f\_{1}= \frac{F∙d∙\left(L-F\right)-L∙F^{2}}{d∙\left(L-2F\right)-L∙F+F^{2}}$$

Условием действительности полученного изображения будет положительность полученной дроби. Решая соответствующее неравенство относительно ***d*,** получим ***d*** > 10 см.

**11 клас**

**Задача №1**

 На гладкій горизонтальній поверхні розміщена куля А масою ***тА*** = ***т***, з‘єднана пружиною жорсткістю ***k*** з нерухомою вертикальною стінкою. У початковий момент часу пружина не деформована Куля В масою ***тВ*** = ***т/2*** рухається із швидкістю ***v***. Здійснюється центральний абсолютно пружний удар куль. Знайдіть закони руху куль А і В після удару.

 На гладкой горизонтальной поверхности расположен шар А массой ***тА*** = ***т***, соединееный пружиной жесткости ***k*** с неподвижной вертикальной стенкой. В начальный момент времени пружина не деформирована. Шар В массой ***тВ*** = ***т/2*** движется со скоростью ***v***. Происходит центральный абсолютно упругий удар шаров. Определите законы движения шаров А и В после соударения.

x

**Розв‘язок**

 Поскольку в условии задачи сказано, что удар шаров центральный и абсолютно упругий, то можно воспользоваться законами сохранения импульса и энергии (левые части уравнений – в момент перед ударом, правые – сразу после удара).

$$m\_{B}\vec{v\_{B}}=m\_{A}\vec{v\_{A}'}+m\_{B}\vec{v\_{B}'} (1)$$

$$\frac{m\_{B}v\_{B}^{2}}{2}=\frac{m\_{A}v^{'}\_{A}^{2}}{2}+\frac{m\_{B}v^{'}\_{B}^{2}}{2} (2)$$

 Уравнения (1) и (2) будем рассматривать, как систему. Перепишем первое уравнение в проекции на ось х, а второе умножим на 2. Также заменим $v\_{B}$ на $v$.

$$m\_{B}v=m\_{A}v'\_{A}-m\_{B}v'\_{B} (3)$$

$$m\_{B}v^{2}=m\_{A}v^{'}\_{A}^{2}+m\_{B}v^{'}\_{B}^{2} (4)$$

 Получилась система из двух уравнений с двумя неизвестными. Решение в общем виде (при произвольных значениях масс $m\_{A}$ и $m\_{B}$) даст результат:

$$v'\_{A}=2v\frac{m\_{B}}{m\_{A}+m\_{B}} (5)$$

$$v'\_{B}=v\frac{m\_{A}-m\_{B}}{m\_{A}+m\_{B}} (6)$$

 Сделаем подстановку $m\_{A}=m$,$m\_{B}=\frac{m}{2}$:

$$v^{'}\_{A}=\frac{2}{3}v; v^{'}\_{B}=\frac{1}{3}v (7)$$

 Поскольку тело А закреплено на пружине, то удар вызовет деформацию пружины, что приведёт к возникновению гармонических колебаний. Амплитуду колебаний можно определить из закона сохранения энергии, считая, что вся кинетическая энергия тела А перешла в потенциальную энергию пружины:

$$\frac{kA^{2}}{2}=\frac{m\_{A}v^{'}\_{A}^{2}}{2} (8)$$

$$A=v^{'}\_{A}\sqrt{\frac{m\_{A}}{k}} (9)$$

 Циклическую частоту можно найти по формуле из теории колебаний пружинного маятника:

$$ω=\sqrt{\frac{k}{m\_{A}}} (10)$$

 Законы движения (в общем виде):

$$x\_{A}\left(t\right)=2v\frac{m\_{B}}{m\_{A}+m\_{B}}\sqrt{\frac{m\_{A}}{k}}\sin(\left(\sqrt{\frac{k}{m\_{A}}}t\right)); x\_{B}\left(t\right)=-v\frac{m\_{A}-m\_{B}}{m\_{A}+m\_{B}}t (11)$$

 Подставляя результаты изуравнения (7):

$$x\_{A}\left(t\right)=\frac{2}{3}v\sqrt{\frac{m}{k}}\sin(\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)); x\_{B}\left(t\right)=-\frac{1}{3}vt (12)$$

**Задача №2**

 Внаслідок під‘єднання до зарядженого до напруги ***U0*** конденсатора ємності ***С0*** незарядженого конденсатора напруга на ньому змінилася у ***п*** = 3 рази. Визначте, яка кількість теплоти ***Q*** при цьому виділилася. З‘єднувальні провідники неідеальні.

При подключении к заряженному до напряжения ***U0*** конденсатору емкости ***С0*** незаряженного конденсатора напряжение на нем изменилось в ***п*** = 3 раза. Определите, какое количество тепла ***Q*** при этом выделилось. Соединительные провода неидеальные.

**Розв‘язок**

 Запишем два закона сохранения: энергии и заряда. Поскольку второй конденсатор изначально не заряжен, то упомянутое изменение заряда является его уменьшением в n раз. Также следует помнить, что заряд конденсатора равен произведению напряжения на его выводах и ёмкости конденсатора.

$$\frac{C\_{0}U\_{0}^{2}}{2}+\frac{CU^{2}}{2}=\frac{C\_{0}}{2}\left(U'\_{0}\right)^{2}+\frac{CU^{'}^{2}}{2}+Q (1)$$

$$q\_{0}+q=q\_{0}^{'}+q^{'} (2)$$

Где:

* $U$**,** $q$ – начальные значения напряжения и заряда второго конденсатора;
* $U'$**,** $q'$-напряжение и заряд второго конденсатора после подключения к первому;
* $Q$ – количество теплоты, выделившееся в проводниках при перетекании заряда.

Распишем уравнение (2) через произведения заряда и ёмкости:

$$С\_{0}U\_{0}+CU=C\_{0}U\_{0}^{'}+CU^{'} (3)$$

 Подставим в уравнения (1) и (3) условия задачи:

$$q=0\rightarrow U=0 (4)$$

$$U'\_{0}=\frac{U\_{0}}{n} (5)$$

$$U'\_{0}=U^{'} (6)$$

 Условие (6) выполняется, т.к. конденсаторы соединены друг с другом. После подстановки уравнения (1) и (3) примут вид:

$$\frac{C\_{0}U\_{0}^{2}}{2}=\frac{C\_{0}}{2}\left(\frac{U\_{0}}{n}\right)^{2}+\frac{C}{2}\left(\frac{U\_{0}}{n}\right)^{2}+Q (7)$$

$$С\_{0}U\_{0}=C\_{0}\frac{U\_{0}}{n}+C\frac{U\_{0}}{n} (8)$$

 Выразим из уравнения (7) выделившееся количество теплоты, а из уравнения (8) – ёмкость второго конденсатора:

$$Q=\frac{U\_{0}^{2}}{2n^{2}}\left[C\_{0}\left(n^{2}-1\right)-C\right] (9)$$

$$C=C\_{0}\left(n-1\right) (10)$$

 Подставим уравнение (9) в уравнение (10) и получаем ответ:

$$Q=C\_{0}U\_{0}^{2}\frac{n-1}{2n} $$

**Задача 3.**

 Розташована гризонтально циліндрична посудина, заповнена ідеальним газом, розділена поршнем, який може рухатися без тертя. У рівновазі поршень знаходиться посередині циліндра. При малих зміщеннях від положення рівноваги поршень здійснює коливання. Знайти залежність частоти цих коливань від температури, вважаючи процес ізотермічним.

 Расположенный горизонтально цилиндрический сосуд, заполненный идеальным газом, разделен поршнем, который может двигаться без трения. В равновесии поршень находится посередине цилиндра. При малых смещениях из положения равновесия поршень совершает колебания. Найти зависимость частоты этих колебаний от температуры, считая процесс изотермическим.

**Розв‘язок**

 Обозначения, введённые в решении задачи:

* ***m*** – масса поршня;
* ***ν*** – количество вещества в одной половинке цилиндра;
* ***T*** – температура газа в цилиндре;
* ***p*** – давление газа, когда поршень находится в равновесии;
* ***V*** – объём каждой из половинок цилиндра;
* ***R*** – универсальная газовая постоянная;
* ***τ*** – период колебаний;
* ***S*** – площадь сечения цилиндра;
* ***l*** – длина половины цилиндра;
* x – смещение поршня от положения равновесия;
* $p'\_{1}, p'\_{2}$ – давления в частях цилиндра после сдвига поршня;
* $V\_{1}, V\_{2}$ – объёмы частей цилиндра после сдвига поршня.

 Поскольку цилиндр можно считать герметичным, то количество вещества в нём не меняется. Следовательно, можно записать универсальный газовый закон:

$$\frac{pV}{T}=νR=const$$

 Запишем изменение объёма в первой и второй половинах цилиндра при небольшом сдвиге поршня в сторону первой.

$$V\_{1}=S(l-x)$$

$$V\_{2}=S(l+x)$$

 Поскольку процесс изотермический, то можно записать закон Бойля-Мариотта и выразить давление:

$$pV=V\_{1}p'\_{1}=V\_{2}p'\_{2}$$

$$p'\_{1}=p\frac{V}{S(l-x)}=p\frac{Sl}{S(l-x)}=p\frac{l}{l-x}$$

$$p'\_{2}=p\frac{l}{l+x}$$

 Разность давлений, умноженная на площадь поршня и будет равна силе, действующей на него.

$$F\_{x}=\left(p^{'}\_{2}-p^{'}\_{1}\right)S=Spl\left(\frac{1}{l+x}-\frac{1}{l-x}\right)=-2pV\frac{1}{l^{2}-x^{2}}x$$

$$ma\_{x}=-2νRT\frac{1}{l^{2}-x^{2}}x$$

 Если $x<<l$,можно упросить выражение:

$$ma\_{x}=-2νRT\frac{1}{l^{2}}x$$

 Ускорение поршня пропорционально его смещению. Следовательно, коэффициент пропорциональности будет равен квадрату циклической частоты.

$$ω=\sqrt{\frac{2νRT}{m}\frac{1}{l^{2}}}=\sqrt{\frac{2νRT}{m}\left(\frac{S}{V}\right)^{2}}$$

**Задача 4.**

 До клем наведеного на схемі кола прикладена напруга ***U*** = 9 В. Якщо до вольтметра підключити паралельно резистор ***R***, то покази вальтметра зменшаться у ***п*** = 2 рази, а покази амперметра збільшаться у ***п*** = 2 рази. Яку напругу показував вольтметр до і після підключення резистора?

К клеммам приведенной на схеме цепи приложено напряжение ***U*** = 9 В. Если к вольтметру подключить параллельно резистор ***R***, то показания вольтметра уменьшатся в ***п*** = 2 раза, а показания амперметра увеличатся в ***п*** = 2 раза. Какое напряжение показывал вольтметр до и после подключения резистора?

 **Розв‘язок**

 Будем считать, что у амперметра ивольтметра есть своё собственное конечное внутреннее сопротивление (соответственно ***RA*** и ***RB***). До подключения дополнительного резистора R на их выводах было напряжение ***UA***и ***UB***, ачерез всю систему тёк ток ***I*0.**

После подключения резистора **R** параллельно вольтметру, напряжение на нём уменьшилось в ***n*** раз и стало равным **U’B**. Соответственно изменились напряжение на амперметре (***U’А***) и сила тока в системе (***I***).Запишем систему уравнений, которые получаются из данных условий:

$$\frac{U'\_{B}}{U\_{B}}=\frac{1}{n} (1)$$

$$\frac{I\_{0}}{I}=n (2)$$

 Также из закона сохранения энергии и закона Ома следуют уравнения:

$$U\_{B}+U\_{A}=U (3)$$

$$I\_{0}=\frac{U}{R\_{B}+R\_{A}} (4)$$

$$I=\frac{U}{R'\_{B}+R\_{A}} (5)$$

Из уравнений (4) и (5) можно выразить напряжение на каждом из резисторов до и после подключения:

$$U\_{A}=U\frac{R\_{A}}{R\_{A}+R\_{B}}; U\_{B}=U\frac{R\_{B}}{R\_{A}+R\_{B}} (6)$$

$$U'\_{A}=U\frac{R\_{A}}{R\_{A}+R'\_{B}}; U'\_{B}=U\frac{R'\_{B}}{R\_{A}+R'\_{B}} (7)$$

 Из формулы для сопротивления 2-х параллельно соединённых резисторов следует:

$$R'\_{B}=\frac{R\_{B}R}{R\_{B}+R} (8)$$

 Из закона Ома можно выразить сопротивление вольтметра:

$$\frac{U'\_{B}}{U\_{B}}=\frac{R'\_{B}}{R\_{B}}\frac{I}{I\_{0}}=\frac{R'\_{B}}{R\_{B}}n=\frac{1}{n} (9)$$

 Нетрудно выразить сопротивление вольтметра:

$$R\_{B}=n^{2}R'\_{B} (10)$$

 Подставив $R'\_{B}$ из уравнения (8), получаем:

$$R\_{B}=\left(n^{2}-1\right)R (11)$$

 Из уравнений (2), (4), (5) следует:

$$nR\_{A}+nR'\_{B}=R\_{A}+R\_{B} (12)$$

$$\left(n-1\right)R\_{A}=n^{2}R^{'}\_{B}-nR^{'}\_{B}=R^{'}\_{B}n(n-1) (13)$$

 После преобразований:

$$R\_{A}=\frac{n^{2}-1}{n}R (14)$$

 Подставим уравнения (8), (11) и (14) в уравнения (6) и (7):

$$U\_{B}=U\frac{n}{n+1} (15)$$

$$U'\_{B}=U\frac{1}{n+1} (16)$$

 При подстановке чисел (n=2, U=9B) получаем:

$$U\_{B}=6B; U'\_{B}=3B $$

**Задача 5.**

 Тонкому дротяному кільцю радіуса ***R*** надали заряд ***Q***. У центрі кільця закріплено частинку масою ***т*** і зарядом ***q***. При звільненні частинки вона рухається,віддаляєючись від нерухомого кільця. Яку максимальну швидкість ***v*** може набути частинка?

 Тонкому проволочному кольцу радиуса ***R*** сообщили заряд ***Q***. В центре кольца закреплена частица массой ***т*** и зарядом ***q***. При освобождении частицы она движется, отдаляясь от неподвижного кольца. Какую максимальную скорость ***v*** может приобрести частица?

**Розв‘язок**

 Воспользуемся энергетическим подходом к решению задачи. Для этого разобьём кольцо на N одинаковых очень маленьких кусочков зарядом ΔQ каждый, причём размеры этих кусочков таковы, что каждый из них можно считать точечным зарядом. Рассчитаем потенциал электрического поля в центре кольца исходя из принципа суперпозиции:

$$φ=\sum\_{i=1}^{N}Δφ\_{i} (1)$$

 Потенциал точечного заряда равен:

$$Δφ\_{i}=\frac{kΔQ\_{i}}{d\_{i}}=\frac{1}{4πε\_{0}}\frac{ΔQ\_{i}}{d\_{i}} (2)$$

$d\_{i}$ – расстояние между зарядом и частицей. Поскольку кольцо симметрично относительно своего центра, то это расстояние для всех кусочков будет одинаковым и равным R.

$$φ=\frac{1}{4πε\_{0}}\sum\_{i=1}^{N}\frac{ΔQ\_{i}}{R}=\frac{1}{4πε\_{0}R}\sum\_{i=1}^{N}ΔQ\_{i}=\frac{Q}{4πε\_{0}R} (3)$$

 Теперь, чтобы найти максимальную скорость частицы, воспользуемся законом сохранения энергии: вся потенциальная энергия частицы перешла в кинетическую.

$$qφ=\frac{mv\_{max}^{2}}{2} (4)$$

 Нетрудно увидеть, что:

$$v\_{max}=\sqrt{\frac{2qφ}{m}}=\sqrt{\frac{1}{2πε\_{0}}\frac{qQ}{mR}} (5)$$